

# LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCEGO I TECHNIKUM

**/NOWA PODSTAWA PROGRAMOWA/**

NA PODSTAWIE PROGRAMU NAUCZANIA MATEMATYKI DLA LICEUM OGÓLNOKSZTAŁCĄCEGO, LICEUM PROFILOWANEGO I TECHNIKUM, KSZTAŁCENIE OGÓLNE W ZAKRESIE PODSTAWOWYM I ROZSZERZONYM

**AUTORZY PROGRAMU:** Dorota Ponczek

## **TREŚCI NAUCZANIA:**

1. Liczby rzeczywiste.
2. Język matematyki.
3. Funkcja liniowa.
4. Funkcje.
5. Funkcja kwadratowa.
6. Planimetria.
7. Geometria analityczna.
8. Wielomiany.
9. Funkcje wymierne.
10. Funkcje trygonometryczne.
11. Ciągi.
12. Rachunek różniczkowy.
13. Planimetria.
14. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne.
15. Rachunek prawdopodobieństwa.
16. Statystyka.
17. Stereometria.

## **KRYTERIA OCEN Z MATEMATYKI.**

1. Ocenę niedostateczną otrzymuje uczeń, który:

- ✓ Nie spełnia wymagań koniecznych.
- ✓ Najczęściej jest nieprzygotowany do zajęć, nie odrabia też prac domowych.
- ✓ Wykazuje lekceważący stosunek do przedmiotu.
- ✓ Braki w wiadomościach uniemożliwiają mu zrozumienie wszelkich nowych treści programowych.

2. Poziom wymagań koniecznych (ocena dopuszczająca)

Na tym poziomie uczeń potrafi:

- ✓ Wykazać się znajomością i rozumieniem definicji z zakresu treści dla poziomu podstawowego i na tej podstawie rozpoznawać podstawowe obiekty matematyczne.
- ✓ Wykazać się znajomością i rozumieniem twierdzeń z zakresu treści dla poziomu podstawowego i zastosować wskazane twierdzenia w elementarnych, najprostszych sytuacjach.
- ✓ Wykazać się znajomością i rozumieniem podstawowych algorytmów oraz zastosować wskazany algorytm w elementarnych, najprostszych sytuacjach.
- ✓ Prace klasowe i sprawdziany pisze w większości na ocenę dopuszczającą.
- ✓ W miarę swoich możliwości odrabiać zadania domowe.

### 3. Poziom wymagań podstawowych (ocena dostateczna)

Na tym poziomie uczeń potrafi:

- ✓ Spełnić wymagania konieczne.
- ✓ Dostrzegać i zapisywać własności rozpoznanych obiektów matematycznych na podstawie ich definicji i odpowiednich twierdzeń.
- ✓ Przeanalizować podany schemat rozumowania, dostrzegając jego istotne cechy.
- ✓ Zanalizować nową sytuację, a następnie zastosować podany schemat rozumowania.
- ✓ Rozpoznać sposób zapisania danych.
- ✓ Odczytywać odpowiednie dane z tabel, diagramów i wykresów oraz je porównać.
- ✓ Zaplanować potrzebne obliczenia, uwzględniając właściwe jednostki miary (np. długości, pola i objętości).
- ✓ Zamieniać jednostki pola, długości objętości na inne jednostki tej samej miary oraz przybliżać wartości wyników obliczeń z podaną dokładnością.
- ✓ Prace klasowe i sprawdziany pisze na ocenę pozytywną (dostateczną lub dopuszczającą).
- ✓ Przygotowywać się systematycznie do zajęć i stara się brać aktywny udział w lekcji.

### 4. Poziom wymagań rozszerzających (ocena dobra)

Na tym poziomie uczeń potrafi:

- ✓ Spełnić wymagania podstawowe.
- ✓ Wykazać się znajomością i rozumieniem definicji z zakresu treści dla poziomu rozszerzonego i na tej podstawie rozpoznawać podstawowe obiekty matematyczne.
- ✓ Wykazać się znajomością i rozumieniem twierdzeń z zakresu treści dla poziomu rozszerzonego i zastosować wskazane twierdzenia w sytuacjach typowych i problemowych.
- ✓ Dostrzegać zależności na podstawie analizy danych i ich własności.
- ✓ Określać i uzasadniać zależności między analizowanymi danymi.
- ✓ Dokonać analizy podanej sytuacji.
- ✓ Wybrać odpowiedni do danej sytuacji opis matematyczny.
- ✓ Opisać daną sytuację.

- ✓ Posługiwać się różnymi rodzajami opisu matematycznego oraz umieć przekształcić jedną formę opisu na inną.
- ✓ Wybrać algorytm przydatny do rozwiązania danego problemu oraz umieć go zastosować.
- ✓ Zinterpretować otrzymane wyniki.
- ✓ Wykorzystać otrzymane wyniki do rozwiązania problem.
- ✓ Rozróżniać definicję pojęć od twierdzeń dotyczących tych pojęć, umieć dokonać odpowiedniego wyboru definicji i twierdzeń potrzebnych do rozwiązania problemu oraz je zastosować.
- ✓ Prace klasowe w większości pisze na ocenę dobrą.
- ✓ Systematycznie przygotowuje się do zajęć i bierze w nich aktywny udział.
- ✓ Stara się korzystać z literatury matematycznej.

#### 5. Poziom wymagań dopełniających (ocena bardzo dobry)

Na tym poziomie uczeń potrafi:

- ✓ Spełnić wymagania rozszerzające.
- ✓ Zapisywać warunki i zależności wynikające z treści zadania lub otrzymane podczas rozwiązania.
- ✓ Dokonać oceny zgodności otrzymanych wyników z warunkami zadania.
- ✓ Opisywać i uzasadniać ustalone w trakcie rozwiązania wnioski.
- ✓ Stosować poprawny język matematyczny.
- ✓ Sformułować dodatkowe wnioski wynikające z założeń twierdzenia i uzasadnić je w oparciu o inne znane twierdzenia i definicje.
- ✓ Skorzystać z założeń i dodatkowych wniosków w dowodzonych twierdzeniach.
- ✓ Podawać pełne uzasadnienia całości przeprowadzanych rozumowań.
- ✓ Prace klasowe w większości pisze na ocenę bardzo dobrą.
- ✓ Systematycznie przygotowuje się do zajęć i bierze w nich aktywny udział.
- ✓ Potrafi korzystać z literatury matematycznej.

#### 6. Poziom wymagań wykraczających (ocena celująca)

Na tym poziomie uczeń potrafi:

- ✓ Spełnić wymagania rozszerzające.
- ✓ Biegłe posługiwać się zdobytymi wiadomościami w rozwiązywaniu zadań trudnych i nietypowych o wysokim stopniu trudności.
- ✓ Samodzielnie i twórczo rozwija własne uzdolnienia korzystając z literatury matematycznej i uczestniczy w zajęciach koła matematycznego.
- ✓ Zaprezentować nietypowe rozwiązania danego problemu.
- ✓ Rozwiązywać zadania wykraczające poza program nauczania danej klasy.
- ✓ Prezentować bogaty język matematyczny pełen odpowiednich formuł i zwrotów właściwych dla tego przedmiotu, a jednocześnie ciekawy i umiejący zainteresować słuchaczy.
- ✓ Osiągać sukcesy w konkursach i olimpiadach matematycznych, klasyfikując się do finału na szczeblu wojewódzkim, regionalnym bądź krajowym.
- ✓ Prace klasowe pisze na ocenę, co najmniej bardzo dobrą.
- ✓ Zawsze starannie przygotowuje się do zajęć i aktywnie w nich uczestniczy.

## WYMAGANIA DO KAŻDEGO REALIZOWANEGO DZIAŁU PROGRAMOWEGO.

Wymagania zostały opracowane na podstawie propozycji przedmiotowego systemu oceniania D. Ponczek, K. Wej (poziom podstawowy i rozszerzony).  
Tekst oznaczony \* dotyczy zakresu rozszerzonego.

### 1. LICZBY RZECZYWISTE

#### Poziom wymagań koniecznych lub podstawowych.

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:

- ✓ podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, pierwszych i złożonych oraz przyporządkuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb,
- ✓ \*rozkłada na czynniki pierwsze liczby naturalne,
- ✓ stosuje cechy podzielności liczb,
- ✓ rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone,
- ✓ \*znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb,
- ✓ porównuje liczby wymierne,
- ✓ podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych,
- ✓ zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną,
- ✓ przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach,
- ✓ wyznacza przybliżenia liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem, czy z niedomiarem,
- ✓ wykonuje proste działania w zbiorach liczb całkowitych, wymiernych i rzeczywistych,
- ✓ oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej,
- ✓ wyłącza czynnik przed znak pierwiastka,
- ✓ włącza czynnik pod znak pierwiastka,
- ✓ wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia,
- ✓ stosując odpowiednie twierdzenia, wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia,
- ✓ usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu  $\frac{1}{\sqrt{a}}$ ,
- ✓ stosując wzory skróconego mnożenia, przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe,
- ✓ wykonuje proste działania na potęgach o wykładnikach całkowitych,
- ✓ przedstawia liczbę w notacji wykładniczej,
- ✓ oblicza procent danej liczby,
- ✓ oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba,

- ✓ wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent,
- ✓ posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych,
- ✓ prawidłowo odczytuje informacje przedstawione na diagramach,
- ✓ wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym: stosuje wzory skróconego mnożenia dotyczące drugiej potęgi).

### **Poziom wymagań rozszerzających lub dopełniających.**

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy niższe oraz dodatkowo:

- ✓ stosuje ogólny zapis liczb naturalnych parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.,
- ✓ wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci  $a \cdot k + r$ ,
- ✓ konstruuje odcinki o długościach niewymiernych,
- ✓ usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu  $\frac{a}{b \pm c\sqrt{d}}$ ,
- ✓ wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych ,
- ✓ zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły,
- ✓ porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora,
- ✓ wykonuje działania łączne na potęgach o wykładnikach całkowitych,
- ✓ wyprowadza i stosuje wzory skróconego mnożenia  $(a \pm b)^3$ ,  $a^3 \pm b^3$ ,]
- ✓ oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej,
- ✓ rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe,
- ✓ ocenia dokładność zastosowanego przybliżenia.

### **Poziom wymagań wykraczających.**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów niższych oraz:

- ✓ przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb,
- ✓ dowodzi niewymierności niektórych liczb, np.  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{3} - 1$ ,
- ✓ \*uzasadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych),
- ✓ \*przeprowadza dowód nie wprost,
- ✓ \*rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych.

## **2. JĘZYK MATEMATYKI**

### **Poziom wymagań koniecznych lub podstawowych.**

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:

- ✓ posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony,
- ✓ opisuje symbolicznie zbiory,
- ✓ wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę zbiorów,
- ✓ zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe,

- ✓ wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych,
- ✓ rozwiązuje proste nierówności liniowe
- ✓ zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej,
- ✓ zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np.  
 $A = \{x \in R : x \geq -4 \wedge x < 1\} = [-4, 1)$ ,
- ✓ oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej,
- ✓ stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu  $|x| = a, |x| < a$ ,
- ✓ wyznacza błąd bezwzględny oraz błąd względny przybliżenia,
- ✓ \*stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu  $|2x - 3| = 3, |x + 4| \leq 1$ .

### **Poziom wymagań rozszerzających lub dopełniających.**

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy niższe oraz dodatkowo:

- ✓ zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą,
- ✓ wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych,
- ✓ rozwiązuje nierówności liniowe,
- ✓ przekształca wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej,
- ✓ wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej,
- ✓ \* wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną.

### **Poziom wymagań wykraczających.**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów niższych oraz:

- ✓ \*formułuje i uzasadnia hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach,
- ✓ \*stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej do przedstawienia w układzie współrzędnych zbiorów opisanych kilkoma warunkami,
- ✓ \*uzasadnia własności wartości bezwzględnej,
- ✓ rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej.

## **3. FUNKCJA LINIOWA**

### **Poziom wymagań koniecznych lub podstawowych.**

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:

- ✓ rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu,
- ✓ podaje przykłady funkcji liniowych opisujących sytuacje z życia codziennego,
- ✓ rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem,
- ✓ oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie,
- ✓ wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej,
- ✓ interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej,

- ✓ wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne),
- ✓ odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność,
- ✓ wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dane dwa punkty,
- ✓ wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykresem jest dana prosta,
- ✓ wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych,
- ✓ sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej,
- ✓ przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie,
- ✓ sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe,
- ✓ stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych,
- ✓ wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej,
- ✓ wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej,
- ✓ rozstrzyga, czy dany układ dwóch równań liniowych jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny,
- ✓ rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników,
- ✓ określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej,
- ✓ \*rozwiązuje graficznie układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi.

### **Poziom wymagań rozszerzających lub dopełniających.**

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy niższe oraz dodatkowo:

- ✓ sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała,
- ✓ rysuje wykres funkcji przedziałami liniowej i omawia jej własności,
- ✓ oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych,
- ✓ \*uzasadnia na podstawie definicji monotoniczność funkcji liniowej,
- ✓ sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe,
- ✓ znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki,
- ✓ rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi,
- ✓ \*opisuje za pomocą układu nierówności liniowych zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych,
- ✓ rozwiązuje algebraicznie układ trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi.

### **Poziom wymagań wykraczających.**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów niższych oraz:

- ✓ określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze,
- ✓ wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych,
- ✓ rozwiązuje graficznie układ równań, w którym występuje wartość bezwzględna,
- ✓ \*rozwiązuje układy równań liniowych z parametrem,
- ✓ rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej.

## **4. FUNKCJE**

### **Poziom wymagań koniecznych lub podstawowych.**

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:

- ✓ rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami,
- ✓ określa funkcję różnymi sposobami (wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym),
- ✓ poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, wartość i wykres funkcji,
- ✓ odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji,
- ✓ wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelką lub opisem słownym,
- ✓ wyznacza dziedzinę funkcji danej wzorem, wymagającym jednego założenia,
- ✓ wyznacza miejsca zerowe funkcji danej wzorem (w prostych przykładach),
- ✓ oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji,
- ✓ oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji,
- ✓ sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem,
- ✓ wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych,
- ✓ rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem,
- ✓ sporządza wykresy funkcji:  $y = f(x-p)$ ,  $y = f(x)+q$ ,  $y = f(x-p)+q$ ,  $y = -f(x)$ ,  $y = f(-x)$  na podstawie danego wykresu funkcji  $y = f(x)$ ,
- ✓ \*sporządza wykresy funkcji:  $y = |f(x)|$ ,  $y = f(|x|)$ , mając dany wykres funkcji  $y = f(x)$ ,
- ✓ odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji,
- ✓ na podstawie wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne,
- ✓ określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji,
- ✓ wskazuje wśród wykresów wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych,
- ✓ stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych.



### **Poziom wymagań rozszerzających lub dopełniających.**

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy niższe oraz dodatkowo:

- ✓ rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w otaczającej nas rzeczywistości,
- ✓ przedstawia daną funkcję na różne sposoby,
- ✓ określa dziedzinę oraz wyznacza miejsca zerowe funkcji danej wzorem, który wymaga kilku założeń,
- ✓ \*na podstawie definicji bada monotoniczność funkcji danej wzorem,
- ✓ na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania  $f(x) = m$  w zależności od wartości parametru  $m$ ,
- ✓ na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności:  $f(x) > m$ ,  $f(x) < m$ ,  $f(x) \geq m$ ,  $f(x) \leq m$  dla ustalonej wartości parametru  $m$ ,
- ✓ odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu  $f(x) = g(x)$ ,  $f(x) < g(x)$ ,  $f(x) > g(x)$ ,
- ✓ szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki,
- ✓ \*mając dany wykres funkcji  $y = f(x)$ , szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji.

### **Poziom wymagań wykraczających.**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów niższych oraz:

- ✓ \*uzasadnia, że funkcja  $f(x) = \frac{1}{x}$  nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie,
- ✓ \*wykorzystuje inne własności funkcji (np. parzystość),
- ✓ rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji.

## **5. FUNKCJA KWADRATOWA**

### **Poziom wymagań koniecznych lub podstawowych.**

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:

- ✓ rysuje wykres funkcji  $f(x) = ax^2$  i podaje jej własności,
- ✓ sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej,
- ✓ rysuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności,
- ✓ ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu,
- ✓ przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie,
- ✓ oblicza współrzędne wierzchołka paraboli,
- ✓ znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, znając współrzędne punktów należących do jej wykresu,
- ✓ rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia,

- ✓ wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych,
- ✓ określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika,
- ✓ rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki,
- ✓ sprowadza funkcję kwadratową do postaci iloczynowej, o ile można ją w tej postaci zapisać,
- ✓ odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej,
- ✓ rozwiązuje nierówności kwadratowe,
- ✓ wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w podanym przedziale,
- ✓ \*stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego bez wyznaczania ich wartości, przy czym sprawdza najpierw ich istnienie,
- ✓ \*rysuje wykres funkcji  $y = |f(x)|$ , gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej  $y = f(x)$ ,
- ✓ \*rozwiązuje proste równania i nierówności kwadratowe z parametrem.

### **Poziom wymagań rozszerzających lub dopełniających.**

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy niższe oraz dodatkowo:

- ✓ na podstawie wykresu określa liczbę rozwiązań równania  $f(x) = m$  w zależności od parametru  $m$ , gdzie  $y = f(x)$  jest funkcją kwadratową,
- ✓ \*rozwiązuje równania dwukwadratowe oraz inne równania sprowadzalne do równań kwadratowych przez podstawienie niewiadomej pomocniczej,
- ✓ rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji kwadratowej,
- ✓ rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań lub nierówności kwadratowych,
- ✓ znajduje iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych,
- ✓ \*stosuje wzory Viète'a do obliczania wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego, np.  $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$ ,
- ✓ \*rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem o wyższym stopniu trudności.

### **Poziom wymagań wykraczających.**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów niższych oraz:

- ✓ przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej,
- ✓ wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli,
- ✓ wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego,

- ✓ \*zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności,
- ✓ wyprowadza wzory Viète'a,
- ✓ rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej.

## 6. PLANIMETRIA

### Poziom wymagań koniecznych lub podstawowych.

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:

- ✓ rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne,
- ✓ stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie,
- ✓ sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt,
- ✓ uzasadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania,
- ✓ wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań,
- ✓ uzasadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa,
- ✓ zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych,
- ✓ wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań,
- ✓ sprawdza, czy dane figury są podobne,
- ✓ oblicza długości boków figur podobnych,
- ✓ posługuje się pojęciem skali do obliczania odległości i powierzchni przedstawionych za pomocą planu lub mapy,
- ✓ stosuje w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych.
- ✓ wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne,
- ✓ rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Malesa,
- ✓ stosuje twierdzenie Pitagorasa,
- ✓ wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego,
- ✓ oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, gdy dane są boki tego trójkąta,
- ✓ rozwiązuje trójkąty prostokątne,
- ✓ podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,
- ✓ odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego,
- ✓ znajduje w tablicach kąt ostry, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej,
- ✓ oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany sinus lub cosinus kąta,
- ✓ stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta:  $P = \frac{1}{2}ah$  oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku  $a$ :  $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ ,
- ✓ rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności,
- ✓ wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów,

✓ wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich.

### **Poziom wymagań rozszerzających lub dopełniających.**

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy niższe oraz dodatkowo:

- ✓ przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie,
- ✓ stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych,
- ✓ wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów,
- ✓ wyprowadza wzór na jedynekę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta,
- ✓ przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta,
- ✓ oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens lub cotangens kąta,
- ✓ stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta  $P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ .

### **Poziom wymagań wykraczających.**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów niższych oraz:

- ✓ \*przeprowadza dowód twierdzenia Talesa,
- ✓ \*przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa,
- ✓ stosuje twierdzenia o związkach miarowych podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu,
- ✓ rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa,
- ✓ stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu,
- ✓ stosuje własności czworokątów podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu,
- ✓ rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństw figur oraz związków miarowych z zastosowaniem trygonometrii.

## **7. GEOMETRIA ANALITYCZNA**

### **Poziom wymagań koniecznych lub podstawowych.**

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:

- ✓ oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych,
- ✓ wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców,
- ✓ \*oblicza odległość punktu od prostej,
- ✓ \*wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie,
- ✓ \*opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt,

- ✓ \*określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach,
- ✓ \*oblicza pole figury stosując zależności między okręgami stycznymi w prostych przypadkach,
- ✓ \*określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach,
- ✓ \*opisuje koło w układzie współrzędnych,
- ✓ \*sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła),
- ✓ \*podaje, w prostych przypadkach, geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopnia drugiego,
- ✓ \*sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot,
- ✓ \*wykonuje działania na wektorach,
- ✓ \*stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów,
- ✓ \*stosuje działania na wektorach do podziału odcinka,
- ✓ \*wyznacza współrzędne punktów w danej jednokładności,
- ✓ wyznacza współrzędne punktów w danej symetrii osiowej lub środkowej,
- ✓ rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne,
- ✓ rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne,
- ✓ stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie,

### **Poziom wymagań rozszerzających lub dopełniających.**

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy niższe oraz dodatkowo:

- ✓ \*stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań,
- ✓ stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących równoległoboków,
- ✓ \*sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu,
- ✓ \*wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg,
- ✓ \*stosuje równanie okręgu w zadaniach,
- ✓ \*stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej,
- ✓ \*stosuje działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną w zadaniach,
- ✓ \*opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny,
- ✓ \*stosuje własności jednokładności w zadaniach.

### **Poziom wymagań wykraczających.**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów niższych oraz:

- ✓ wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej,
- ✓ \*wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń,
- ✓ \*rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności.

## **8. WIELOMIANY**

### **Poziom wymagań koniecznych lub podstawowych.**

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:

- ✓ rozpoznaje jednomiany i sumy algebraiczne
- ✓ oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych
- ✓ redukuje wyrazy podobne w sumie algebraicznej
- ✓ dodaje, odejmuje i mnoży sumy algebraiczne
- ✓ przekształca wyrażenia algebraiczne, uwzględniając kolejność wykonywania działań
- ✓ przekształca wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia
- ✓ stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci  $a+b\sqrt{c}$
- ✓ rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia
- ✓ podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych,
- ✓ \*podaje przykłady wielomianów, określa ich stopień i podaje wartości ich współczynników,
- ✓ \*zapisuje wielomian w sposób uporządkowany,
- ✓ \*oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu,
- ✓ \*wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień,
- ✓ \*szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego,
- ✓ \*określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia,
- ✓ \*podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów,
- ✓ \*oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów,
- ✓ \*stosuje wzory na kwadrat i sześciąt sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do wykonywania działań na wielomianach oraz do rozkładu wielomianu na czynniki,
- ✓ \*stosuje wzory na sumę i różnicę sześciątów,
- ✓ \*rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias,
- ✓ \*dzieli wielomian przez dwumian  $x - a$ ,
- ✓ \*sprawdza poprawność wykonanego dzielenia,
- ✓ \*zapisuje wielomian w postaci  $w(x) = p(x)q(x) + r$ ,
- ✓ \*sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian  $x - a$  bez wykonywania dzielenia,
- ✓ \*określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu,
- ✓ \*sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki,
- ✓ \*wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej,

- ✓ \*znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność,
- ✓ \*rozwiązuje proste równania wielomianowe,
- ✓ \*wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej,
- ✓ \*szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową,
- ✓ \*dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu,
- ✓ \*rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu,
- ✓ \*opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę.

### **Poziom wymagań rozszerzających lub dopełniających.**

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy niższe oraz dodatkowo:

- ✓ rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych,
- ✓ rozwiązuje równania wyższych stopni, stosując zasadę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias,
- ✓ \*wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki,
- ✓ \*stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów,
- ✓ \*stosuje wzór:  $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$ ,
- ✓ \*rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia,
- ✓ \*stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów,
- ✓ \*analizuje i stosuje metodę podaną w przykładzie, aby rozłożyć dany wielomian na czynniki,
- ✓ \*sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian  $(x - p)(x - q)$  bez wykonywania dzielenia,
- ✓ \*wyznacza iloraz danych wielomianów,
- ✓ \*wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki,
- ✓ \*porównuje wielomiany,
- ✓ \*rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych,
- ✓ \*rozwiązuje równania i nierówności wielomianowe,
- ✓ \*szkicuje wykres wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki,
- ✓ \*stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka,
- ✓ \*wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi,
- ✓ \*rozwiązuje zadania z parametrem,
- ✓ \*opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji.

### **Poziom wymagań wykraczających.**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów niższych oraz:

- ✓ rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące rozwiązywania równań wyższego stopnia,

- ✓ korzystając z wykresu wielomianu, podaje miejsca zerowe, zbiór argumentów, dla których wielomian przyjmuje wartości dodatnie/ujemne/niedodatnie/nieujemne,
- ✓ rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem wykresu lub wzoru wielomianu,
- ✓ \*rozwiązuje zadania z parametrem, o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego,
- ✓ \*stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych,
- ✓ \*przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianów,
- ✓ \*stosuje schemat Hornera przy dzieleniu wielomianów.

## 9. FUNKCJE WYMIERNE

### Poziom wymagań koniecznych lub podstawowych.

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:

- ✓ wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne,
- ✓ stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań,
- ✓ wyznacza współczynnik proporcjonalności,
- ✓ podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu,
- ✓ szkicuje wykres funkcji  $f(x) = \frac{a}{x}$ , gdzie  $a \neq 0$  i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności),
- ✓ szkicuje wykresy funkcji  $f(x) = \frac{a}{x} + q$  oraz  $f(x) = \frac{a}{x-p}$  i odczytuje jej własności,
- ✓ wyznacza asymptoty wykresu powyższych funkcji ,
- ✓ dobiera wzór funkcji do jej wykresu,
- ✓ wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego,
- ✓ oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej,
- ✓ skraca i rozszerza proste wyrażenia wymierne,
- ✓ wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych (proste przypadki) i podaje odpowiednie założenia,
- ✓ rozwiązuje proste równania wymierne,
- ✓ wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych
- ✓ \*przesuwa wykres funkcji  $f(x) = \frac{a}{x}$ , gdzie  $a \neq 0$  o wektor i podaje jej własności,
- ✓ \* przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach,
- ✓ \* rozwiązuje, również graficznie, proste nierówności wymierne,
- ✓ \* wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsca zerowe funkcji wymiernej,



✓ \* stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych.

### **Poziom wymagań rozszerzających lub dopełniających.**

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy niższe oraz dodatkowo:

- ✓ rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną,
- ✓ szkicuje wykres funkcji  $f(x) = \frac{a}{x}$  w podanych przedziałach,
- ✓ wyznacza współczynnik  $a$  tak, aby funkcja  $f(x) = \frac{a}{x}$  spełniała podane warunki,
- ✓ wyznacza wzory funkcji  $f(x) = \frac{a}{x} + q$  oraz  $f(x) = \frac{a}{x-p}$  spełniających podane warunki,
- ✓ wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego, korzystając z prostych równań kwadratowych,
- ✓ wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia,
- ✓ przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych,
- ✓ rozwiązuje równania wymierne,
- ✓ wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych,
- ✓ wykorzystuje wielkości odwrotnie proporcjonalne do rozwiązywania zadań tekstowych dotyczących prędkości,
- ✓ \* wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem,
- ✓ \* przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej,
- ✓ \* szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności,
- ✓ \* wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki,
- ✓ \* rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej,
- ✓ \* szkicuje wykresy funkcji  $y = |f(x)|$ ,  $y = f(|x|)$ ,  $y = |f(|x|)|$ , gdzie  $y = f(x)$  jest funkcją homograficzną i opisuje ich własności,
- ✓ \* rozwiązuje układy nierówności wymiernych,
- ✓ \* rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej,
- ✓ \* stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych,
- ✓ \* zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki.

### **Poziom wymagań wykraczających.**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów niższych oraz:

- ✓ rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji i wyrażeń wymiernych,

- ✓ przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej i szkicuje wykres funkcji  $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$  oraz podaje jej własności,
- ✓ \*stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań,
- ✓ \*stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności.

## 10. FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

### Poziom wymagań koniecznych lub podstawowych.

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:

- ✓ podaje definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym,
- ✓ podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,
- ✓ oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w trójkącie prostokątnym,
- ✓ odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego,
- ✓ znajduje w tablicach kąt ostry, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej,
- ✓ rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych zadaniach,
- ✓ oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany sinus, cosinus kąta,
- ✓ podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta,
- ✓ stosuje zależności między funkcjami trygonometrycznymi do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne,
- ✓ stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań osadzonych w kontekście praktycznym,
- ✓ zaznacza kąt w układzie współrzędnych,
- ✓ wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu,
- ✓ określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta,
- ✓ oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.:  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $135^\circ$ ,
- ✓ \*określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych,
- ✓ \*wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań,
- ✓ \*zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie,
- ✓ \*odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu,
- ✓ \*szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności,
- ✓ \*szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując przesunięcie o wektor i określa ich własności,
- ✓ \*szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych oraz symetrię względem początku układu współrzędnych i określa ich własności,

- ✓ \*szkicuje wykresy funkcji  $y = af(x)$  oraz  $y = |f(x)|$ , gdzie  $y = f(x)$  jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności,
- ✓ \*stosuje tożsamości trygonometryczne,
- ✓ \*dowodzi proste tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia
- ✓ \*oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
- ✓ \*wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów,
- ✓ \*stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego,
- ✓ \*wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych,
- ✓ \*rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne,
- ✓ \*posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczenia kąta, przy danej wartości funkcji trygonometrycznej.

### **Poziom wymagań rozszerzających lub dopełniających.**

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy niższe oraz dodatkowo:

- ✓ oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach,
- ✓ stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności,
- ✓ rozwiązuje trójkąty prostokątne,
- ✓ oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens kąta,
- ✓ uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi,
- ✓ \*oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów,
- ✓ \*wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych,
- ✓ \*szkicuje wykres funkcji okresowej,
- ✓ \*stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości,
- ✓ \*wykorzystuje własności funkcji trygonometrycznych do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta,
- ✓ \*szkicuje wykresy funkcji  $y = f(ax)$  oraz  $y = f(|x|)$ , gdzie  $y = f(x)$  jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności,
- ✓ \*na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji, będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności,
- ✓ \*oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens,
- ✓ \*stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do przekształcania wyrażeń, w tym również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych,
- ✓ \*stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych.

### **Poziom wymagań wykraczających.**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów niższych oraz:

- ✓ rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych,
- ✓ stosuje związek między współczynnikiem kierunkowym a kątem nachylenia prostej do osi  $OX$ ,
- ✓ \*wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz na funkcje kąta podwojonego,
- ✓ \*rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych.

## **11. CIĄGI**

### **Poziom wymagań koniecznych lub podstawowych.**

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:

- ✓ wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów,
- ✓ szkicuje wykres ciągu,
- ✓ wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów,
- ✓ wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub słownie,
- ✓ wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość,
- ✓ podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki,
- ✓ uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy,
- ✓ wyznacza wyraz  $a_{n+1}$  ciągu określonego wzorem ogólnym,
- ✓ podaje przykłady ciągów arytmetycznych,
- ✓ wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę,
- ✓ wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy,
- ✓ sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (proste przypadki),
- ✓ wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy,
- ✓ sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki),
- ✓ stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego (proste przypadki),
- ✓ określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego,
- ✓ oblicza sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego,
- ✓ podaje przykłady ciągów geometrycznych,
- ✓ wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz,

- ✓ stosuje monotoniczność ciągu geometrycznego do rozwiązywania prostych zadań,
- ✓ stosuje własności ciągu arytmetycznego lub geometrycznego do rozwiązywania prostych zadań,
- ✓ oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji,
- ✓ oblicza oprocentowanie lokaty (proste przypadki),
- ✓ \*bada, w prostszych przypadkach, monotoniczność ciągu,
- ✓ \*bada monotoniczność sumy i różnicy ciągów,
- ✓ \*sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki),
- ✓ \*oblicza sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu geometrycznego,
- ✓ \*oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji,
- ✓ \*oblicza, oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania (proste przypadki),
- ✓ \*bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę,
- ✓ \*bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości (proste przypadki),
- ✓ \*podaje granicę ciągów  $q^n$  dla  $q \in (-1;1)$  oraz  $\frac{1}{n^k}$  dla  $k > 0$ ,
- ✓ \*rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresy i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy,
- ✓ \*oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych (proste przypadki),
- ✓ \*podaje twierdzenie o rozbieżności ciągów:  $q^n$  dla  $q > 0$  oraz  $n^k$  dla  $k > 0$ ,
- ✓ \*sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
- ✓ \*oblicza sumę szeregu geometrycznego w prostych przypadkach.

### **Poziom wymagań rozszerzających lub dopełniających.**

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy niższe oraz dodatkowo:

- ✓ rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną,,
- ✓ szkicuje wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki,
- ✓ bada monotoniczność ciągów,
- ✓ rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu,
- ✓ wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny,
- ✓ sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny,
- ✓ sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny,
- ✓ rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego,
- ✓ rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu geometrycznego,
- ✓ określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego,
- ✓ stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach,
- ✓ rozwiązuje zadania związane z kredytami dotyczące okresu oszczędzania i wysokości oprocentowania,

- ✓ \*bada monotoniczność iloczynu i ilorazu ciągów,
- ✓ \*wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny i geometryczny,
- ✓ \*stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań,
- ✓ \*stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach,
- ✓ \*stosuje wzór na sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach,
- ✓ \*bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od liczby o podaną wartość oraz ile jest większych (mniejszych) od danej wartości,
- ✓ \*oblicza, granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych,
- ✓ \*stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.

### **Poziom wymagań wykraczających.**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów niższych oraz:

- ✓ stosuje rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące monotoniczności ciągu,
- ✓ wyznacza wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie,
- ✓ dowodzi wzór na sumę  $n$  początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego,
- ✓ stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań,
- ✓ rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące ciągów,
- ✓ \*oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach.

## **12. \*RACHUNEK RÓŻNICZKOWY**

### **Poziom wymagań koniecznych lub podstawowych.**

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:

- ✓ uzasadnia w prostych przypadkach, że funkcja nie ma granicy w punkcie,
- ✓ oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach (proste przypadki),
- ✓ oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (proste przypadki),
- ✓ oblicza granice niewłaściwe jednostronne w punkcie i granice w punkcie (proste przypadki),
- ✓ oblicza granice funkcji w nieskończoności (proste przypadki),
- ✓ wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji (proste przypadki),
- ✓ sprawdza ciągłość nieskomplikowanych funkcji w punkcie,
- ✓ oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji (proste przypadki),
- ✓ stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią  $OX$  (proste przypadki),
- ✓ korzysta ze wzorów  $(c)' = 0$ ,  $(x)' = 1$ ,  $(x^2)' = 2x$  oraz  $(x^3)' = 3x^2$  do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie,

- ✓ stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (proste przypadki),
- ✓ korzysta, w prostych przypadkach, z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji,
- ✓ podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu,
- ✓ wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny istnienia ekstremum,
- ✓ uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (proste przypadki),
- ✓ wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania prostych zadań,
- ✓ zna i stosuje schemat badania własności funkcji,
- ✓ szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (proste przypadki).

### **Poziom wymagań rozszerzających lub dopełniających.**

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy niższe oraz dodatkowo:

- ✓ uzasadnia, także na podstawie wykresu, że funkcja nie ma granicy w punkcie,
- ✓ uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie,
- ✓ oblicza granicę funkcji  $y = \sqrt{f(x)}$  w punkcie,
- ✓ oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie,
- ✓ oblicza granice w punkcie, także niewłaściwe,
- ✓ stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie,
- ✓ oblicza w granice funkcji w nieskończoności,
- ✓ wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji,
- ✓ sprawdza ciągłość funkcji,
- ✓ wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze,
- ✓ stosuje twierdzenie o przyjmowaniu wartości pośrednich oraz twierdzenie Weierstrassa,
- ✓ oblicza pochodną funkcji w punkcie,
- ✓ stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią  $OX$ ,
- ✓ uzasadnia istnienie pochodnej w punkcie,
- ✓ korzysta ze wzorów  $(x^n)' = nx^{n-1}$  dla  $n \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$  i  $x \neq 0$  oraz  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  dla  $x \geq 0$  do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie,
- ✓ wyprowadza wzory na pochodną sumy i różnicy funkcji,
- ✓ wyznacza przedziały monotoniczności funkcji,
- ✓ uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze,
- ✓ wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna,
- ✓ wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum,

- ✓ uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum,
- ✓ wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym i stosuje do rozwiązywania trudniejszych zadań w tym optymalizacyjnych,
- ✓ bada własności funkcji i szkicuje jej wykres.

### **Poziom wymagań wykraczających.**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów niższych oraz:

- ✓ wyprowadza wzory na pochodną iloczynu i ilorazu funkcji,
- ✓ rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące rachunku różniczkowego.

## **13. PLANIMETRIA**

### **Poziom wymagań koniecznych lub podstawowych.**

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:

- ✓ podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła,
- ✓ określa wzajemne położenie okręgów, mając dane promienie tych okręgów oraz odległość ich środków,
- ✓ oblicza pola figur, stosując zależności między okręgami (proste przypadki),
- ✓ określa liczbę punktów wspólnych prostej i okręgu przy danych warunkach,
- ✓ stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania prostych zadań,
- ✓ rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte,
- ✓ stosuje twierdzenie o kącie środkowym i kącie wpisanym, opartych na tym samym łuku (proste przypadki),
- ✓ podaje różne wzory na pole trójkąta,
- ✓ oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni wzór (proste przypadki),
- ✓ rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny lub równoboczny,
- ✓ rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie,
- ✓ podaje wzory na pole równoległoboku, rombu i trapezu,
- ✓ wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania pól czworokątów (proste przypadki),
- ✓ oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych,
- ✓ oblicza odwód wielokąta, mając dane współrzędne jego wierzchołków,
- ✓ stosuje wzór na odległość między punktami do rozwiązywania prostych zadań,
- ✓ wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców,
- ✓ rysuje figury symetryczne w danej symetrii osiowej,
- ✓ konstruuje figury symetryczne w danej symetrii środkowej,
- ✓ określa liczbę i wskazuje osi symetrii figury,
- ✓ wskazuje środek symetrii figury,



- ✓ znajduje obrazy figur geometrycznych w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych,
- ✓ znajduje obrazy figur geometrycznych w symetrii środkowej względem środka układu współrzędnych,
- ✓ \*stosuje własności symetrii osiowej i środkowej do rozwiązywania prostych zadań. określa własności czworokątów i stosuje je do rozwiązywania prostych zadań,
- ✓ \*sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg,
- ✓ \*sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg,
- ✓ \*stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania prostszych zadań także o kontekście praktycznym,
- ✓ \*stosuje twierdzenie sinusów do wyznaczenia długości boku trójkąta, miary kąta lub długości promienia okręgu opisanego na trójkącie,
- ✓ \*stosuje twierdzenie cosinusów do wyznaczenia długości boku lub miary kąta trójkąta.

### **Poziom wymagań rozszerzających lub dopełniających.**

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy niższe oraz dodatkowo:

- ✓ stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku okręgu, pole koła i pole wycinka koła do obliczania pól i obwodów figur,
- ✓ oblicza pole figury, stosując zależności między okręgami,
- ✓ stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania trudniejszych zadań,
- ✓ stosuje twierdzenie o kącie środkowym i kącie wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności,
- ✓ stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je,
- ✓ wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów,
- ✓ rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie,
- ✓ stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej,
- ✓ wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania pól czworokątów,
- ✓ stosuje wzór na odległość między punktami oraz środek odcinka do rozwiązywania trudniejszych zadań,
- ✓ \*stosuje własności symetrii osiowej i środkowej do rozwiązywania trudniejszych zadań. stosuje własności czworokątów wypukłych oraz twierdzenia o okręgu opisanym na czworokącie i wpisanym w czworokąt do rozwiązywania trudniejszych zadań z planimetrii,
- ✓ \*stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów także o kontekście praktycznym.

### **Poziom wymagań wykraczających.**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów niższych oraz:

- ✓ dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu,
- ✓ dowodzi wzoru na pole trójkąta,
- ✓ rozwiązuje zadania z planimetrii o znacznym stopniu trudności,
- ✓ stosuje przesunięcie figury o wektor do rozwiązywania zadań,
- ✓ podaje środek obrotu i kąt obrotu w prostych sytuacjach,
- ✓ opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt,
- ✓ wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie.
- ✓ \*dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt,
- ✓ \*przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów,
- ✓ \*rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące zastosowania twierdzenia sinusów i cosinusów.

## 14. FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE

### Poziom wymagań koniecznych lub podstawowych.

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:

- ✓ oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych,
- ✓ zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym,
- ✓ zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie,
- ✓ upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki),
- ✓ porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki),
- ✓ wyznacza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów,
- ✓ sprawdza, czy punkt należy do wykresu funkcji wykładniczej,
- ✓ wyznacza wzór funkcji wykładniczej i szkicuje jej wykres, znając współrzędne punktu należącego do jej wykresu,
- ✓ szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor i określa jej własności,
- ✓ szkicuje wykres funkcji, będący efektem jednego przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej i określa jej własności,
- ✓ oblicza logarytm danej liczby,
- ✓ stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń,
- ✓ wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest jego wartość,
- ✓ rozwiązuje równania wykładnicze, stosując logarytm,
- ✓ oblicza logarytm iloczynu, ilorazu i potęgi, stosując odpowiednie twierdzenia o logarytmach.

### Poziom wymagań rozszerzających lub dopełniających.

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy niższe oraz dodatkowo:

- ✓ upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach,
- ✓ porównuje liczby przedstawione w postaci potęg,
- ✓ odczytuje rozwiązania nierówności na podstawie wykresów funkcji wykładniczych,
- ✓ podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu lub liczby logarytmowanej,

- ✓ podaje przybliżoną wartość logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic,
- ✓ stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości wyrażeń,
- ✓ wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmu do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym.

### **Poziom wymagań wykraczających.**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów niższych oraz:

- ✓ dowodzi twierdzenia o logarytmach,
- ✓ wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach,
- ✓ rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej.

## **15. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA**

### **Poziom wymagań koniecznych lub podstawowych.**

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:

- ✓ stosuje zasadę mnożenia – w typowych sytuacjach,
- ✓ przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia – w prostych sytuacjach,
- ✓ oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru – w prostych sytuacjach,
- ✓ stosuje definicję silni,
- ✓ oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach,
- ✓ oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach,
- ✓ określa zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia,
- ✓ określa zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu,
- ✓ określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia niemożliwe i zdarzenia pewne,
- ✓ stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w prostych, typowych sytuacjach,
- ✓ podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutów kostką lub monetą,
- ✓ oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego,
- ✓ stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach.

### **Poziom wymagań rozszerzających lub dopełniających.**

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy niższe oraz dodatkowo:

- ✓ wykorzystuje kombinatorykę do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych,
- ✓ zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu oraz różnicy zdarzeń,
- ✓ oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa,
- ✓ stosuje twierdzenia o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń i różnicy zdarzeń,

- ✓ stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń,
- ✓ \*stosuje wzór dwumianowy Newtona do rozwijania wyrażeń postaci  $(a + b)^n$  i wyznaczania współczynników wielomianów,
- ✓ \*rozwiązuje równania i nierówności z zastosowaniem symbolu Newtona,
- ✓ \*ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń.

### **Poziom wymagań wykraczających.**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów niższych oraz:

- ✓ rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa,
- ✓ przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących prawdopodobieństwa zdarzeń,
- ✓ \*rozwiązuje zadania dotyczące prawdopodobieństwa warunkowego, całkowitego oraz niezależności zdarzeń.

## **16. STATYSTYKA**

### **Poziom wymagań koniecznych lub podstawowych.**

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:

- ✓ oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę,
- ✓ oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie – w prostych przypadkach,
- ✓ oblicza wariancję i odchylenie standardowe,
- ✓ oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami.

### **Poziom wymagań rozszerzających lub dopełniających.**

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy niższe oraz dodatkowo:

- ✓ oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie,
- ✓ wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań,
- ✓ oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych w tabeli,
- ✓ interpretuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną,
- ✓ \*porównuje odchylenie przeciętne z odchyleniem standardowym.

### **Poziom wymagań wykraczających.**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów niższych oraz:

- ✓ rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki,
- ✓ stosuje rozkład normalny do rozwiązywania zadań.

## 17. STEREOMETRIA

### Poziom wymagań koniecznych lub podstawowych.

Uczeń otrzymuje ocenę dopuszczającą lub dostateczną, jeśli:

- ✓ wskazuje w wielościanach proste prostopadłe, równoległe i skośne,
- ✓ wskazuje w wielościanach rzut prostokątny danego odcinka,
- ✓ określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi graniastosłupów i ostrosłupów,
- ✓ sporządza rysunek wielościanu wraz z oznaczeniami,
- ✓ oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupów i ostrosłupów prostych,
- ✓ rysuje siatkę graniastosłupa lub ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment,
- ✓ oblicza długości przekątnych graniastosłupów prostych – w prostych przypadkach,
- ✓ stosuje definicje i własności funkcji trygonometrycznych do obliczania pól powierzchni graniastosłupów i ostrosłupów – w prostych sytuacjach,
- ✓ oblicza objętości graniastosłupów i ostrosłupów prawidłowych,
- ✓ wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną podstawy tego graniastosłupa,
- ✓ wskazuje kąt między danym odcinkiem w ostrosłupie a płaszczyzną podstawy tego ostrosłupa,
- ✓ wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów,
- ✓ rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną,
- ✓ oblicza pola powierzchni i objętości brył obrotowych – w prostych sytuacjach
- ✓ wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych,
- ✓ \*stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania prostych zadań,
- ✓ \*wskazuje przekroje wielościanów i brył obrotowych.

### Poziom wymagań rozszerzających lub dopełniających.

Uczeń otrzymuje ocenę dobrą lub bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy niższe oraz dodatkowo:

- ✓ przeprowadza wnioski dotyczące położenia prostych w przestrzeni,
- ✓ stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów,
- ✓ oblicza pola powierzchni i objętości wielościanów z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych i twierdzeń planimetrii,
- ✓ wyznacza, w trudniejszych przypadkach, kąt między danym odcinkiem w ostrosłupie a płaszczyzną podstawy tego ostrosłupa,
- ✓ rozwiązuje, w trudniejszych przypadkach, zadania z wykorzystaniem miary kąta między prostą a płaszczyzną,
- ✓ oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu,
- ✓ oblicza pola powierzchni i objętości brył obrotowych z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych i twierdzeń planimetrii,
- ✓ wykorzystuje podobieństwo brył do rozwiązywania zadań,
- ✓ \*stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań,

- ✓ \*oblicza pola przekrojów wielościanów,
- ✓ \*oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli,
- ✓ \*oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu,
- ✓ \*oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku,
- ✓ \*wykorzystuje podobieństwo brył do rozwiązywania zadań.

**Poziom wymagań wykraczających.**

Uczeń otrzymuje ocenę celującą, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów niższych oraz:

- ✓ rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące stereometrii,
- ✓ przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych.